

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapa Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 2026****CLASA a VII-a**

Problema 1. Determinați numerele reale x pentru care $\{x\} - \{2026 \cdot x\} = x$.
(Notația $\{a\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real a .)

Problema 2. a) Arătați că există numere naturale nenule a și b pentru care numărul $\sqrt{a^2 + 2026 \cdot b^2}$ este rațional.

b) Care este cel mai mic număr natural nenul b pentru care există un număr natural a astfel ca $\sqrt{a^2 + 2026 \cdot b^2}$ să fie număr rațional?

Gazeta Matematică

Problema 3. Considerăm triunghiul ABC cu $AB = AC = 2 \cdot BC$. Perpendiculara dusă în punctul C pe dreapta AC intersectează mediatoarea segmentului AB în punctul D . Fie M mijlocul segmentului AD , N mijlocul segmentului AB și P intersecția dreptelor BM și DN .

a) Demonstrați că $PC \perp CB$.

b) Demonstrați că $DC = 2 \cdot PC$.

Problema 4. Considerăm un triunghi dreptunghic isoscel ABC și notăm cu M mijlocul ipotenuzei AC , cu N mijlocul segmentului CM , cu P piciorul perpendicularei din M pe BN , cu E piciorul perpendicularei din A pe BN și cu R piciorul perpendicularei din M pe AE .

Arătați că R este centrul de greutate al triunghiului ABP .

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 22,5 puncte.